

Pemodelan Matematik dan Aplikasinya Terhadap Penyebaran Jangkitan Hantavirus

F.M. Yusof¹, A.I. Md. Ismail² dan Y.M. Yatim³

¹Kolej MARA Kulim, Jalan Junjong, 09000 Kulim, Kedah

^{2,3}Pusat Pengajian Sains Matematik, Universiti Sains Malaysia, 11800 USM, Pulau Pinang

¹fauzikhmk@hotmail.com, ²ahmad_izani@usm.my, ³yazariahmy@usm.my

ABSTRAK

Persamaan pembezaan biasa, walaupun kelihatannya mudah dan senang difahami, sering memainkan peranan penting dalam pemodelan suatu fenomena kompleks. Dalam makalah ini, kami mengulas beberapa model matematik yang mengkaji penyebaran penyakit disebabkan oleh Hantavirus dalam suatu populasi tikus. Model-model matematik ini merupakan masalah nilai awal yang melibatkan beberapa persamaan pembezaan biasa. Kami akan menunjukkan bagaimana model-model yang melibatkan persamaan pembezaan biasa boleh menjadi suatu alat yang hebat bagi membantu memahami suatu fenomena kompleks dengan lebih mendalam.

Keywords: Hantavirus, Masalah nilai awal, Pemodelan matematik, Persamaan pembezaan biasa

PENGENALAN

Pemodelan matematik merupakan suatu alternatif penting memandangkan terdapat kesukaran dan kelemahan pemodelan fizikal sama ada di lapangan ataupun di makmal. Bidang fizik, kejuruteraan, kimia, biologi dan psikologi, antara lain, akan memerlukan pembinaan model matematik bagi mewakili masalah tertentu. Persamaan pembezaan biasa (PPB) digunakan sebagai asas bagi pemodelan matematik. Suatu PPB ditakrifkan sebagai persamaan pembezaan yang mengandungi pemboleh ubah tak bersandar yang biasanya melibatkan pemboleh ubah masa atau boleh juga melibatkan pemboleh ubah ruang. PPB melibatkan kadar perubahan pemboleh ubah bersandar terhadap satu pemboleh ubah tak bersandar sahaja. Sebagai contoh, sekiranya y ialah pemboleh ubah bersandar dan t ialah pemboleh ubah tak bersandar, maka, persamaan pembezaannya boleh ditulis sebagai $dy/dt = f(t, y)$. Kemudian, PPB tersebut diselesaikan untuk menganalisis hubungan antara kuantiti yang dikaji.

Adakalanya persamaan pembezaan yang digunakan bagi mewakili suatu masalah fizikal sukar atau mustahil untuk diselesaikan secara analitikal (persamaan pembezaan tidak mempunyai penyelesaian bentuk tertutup). Maka, penyelesaian itu boleh dianggarkan dengan menggunakan kaedah berangka. Kaedah berangka ialah kaedah penyelesaian masalah matematik yang dirumus semula bagi membolehkan penggunaan operasi aritmetik untuk menyelesaikan masalah tersebut. Ia mampu mengendalikan model yang terdiri daripada persamaan perbezaan tak linear dan model yang mempunyai geometri yang rumit terutamanya dalam bidang kejuruteraan. Oleh itu, kaedah ini dapat meningkatkan keupayaan menyelesaikan masalah rumit. Di samping itu, dengan bantuan komputer dan perisian matematik yang canggih, pelbagai kajian dan manipulasi ke atas model matematik dapat dilakukan dengan mudah serta data dapat dianalisis dengan tepat dan cepat.

Fokus makalah ini ialah untuk menyorot dan menerangkan proses pembinaan model matematik yang dibangunkan oleh Abramson dan Kenkre (2002) berkaitan penyebaran jangkitan Hantavirus dan kemudiannya mempertimbangkan kajian kesan penuaian populasi dan kesan

biodiversiti oleh beberapa penyelidik terhadap model asas tersebut. Penyelesaian setiap model dan kaitannya dengan masalah fizikal turut dikaji.

MASALAH NILAI AWAL DAN PENYELESAIAN BERANGKA

Suatu penyelesaian bagi PPB mesti memenuhi persamaan tersebut dan masalah nilai awal yang telah ditetapkan. Masalah nilai awal bagi persamaan pembezaan peringkat pertama boleh ditulis sebagai

$$y' = \frac{dy}{dt} = f(t, y), \quad y(a) = \alpha$$

dengan t ialah pemboleh ubah tak bersandar, $f(t, y)$ ialah suatu fungsi dalam t dan y , dan $y(a) = \alpha$ ($y = \alpha$ apabila $t = a$) disebut sebagai syarat awal.

Terdapat pelbagai kaedah berangka bagi menyelesaikan masalah nilai awal. Ia boleh dibahagikan kepada dua kaedah utama iaitu kaedah satu langkah (seperti kaedah Euler dan kaedah Runge-Kutta) dan kaedah berbilang langkah (seperti kaedah Adams-Moulton dan kaedah Euler-Romberg). Kaedah satu langkah mudah digunakan dan ia menganggar penyelesaian dengan suatu siri segmen garis lurus pendek. Namun, penyelesaian yang diperolehi kadang kala tidak jitu sekiranya saiz langkah yang digunakan agak besar atau kecerunan suatu fungsi berubah dengan cepat. Kaedah berbilang langkah pula lebih rumit dan penyelesaian yang terhasil kebiasaannya lebih tepat disebabkan sifat lelaran dan pengiraannya yang lebih cekap.

Suatu penyelesaian berangka bagi PPB dikatakan stabil jika penyelesaian yang disebabkan oleh perubahan nilai awal kekal hampir dengan penyelesaian asal, dan stabil secara asimptot jika penyelesaian yang disebabkan oleh perubahan tertumpu kepada penyelesaian asal. Sekiranya penyelesaian yang disebabkan oleh perubahan nilai awal menyimpang jauh daripada penyelesaian asal, maka penyelesaian berangka tersebut dianggap tidak stabil.

HANTAVIRUS

Hantavirus ialah sejenis virus yang disebarkan oleh spesies tikus yang boleh menyebabkan kematian kepada manusia. Virus ini dipindahkan daripada tikus kepada manusia melalui air kencing, najis dan air liur tikus yang tercemar dengan virus ini dan ia boleh menyebabkan penyakit Sindrom Demam Renal Berdarah (SDRB) atau Sindrom Pulmonari Hantavirus (SPH). SDRB juga dikenali sebagai demam berdarah Korea, demam berdarah dan wabak *nephropathia epidemica*. Hantavirus yang menyebabkan SDRB termasuklah virus Hantaan, virus Puumala, virus Dobrava dan virus Seoul. Manakala, SPH merupakan penyakit yang disebabkan oleh virus Sin Nombre, virus Black Creek Canal, virus Muleshoe dan virus Bayou (Rovid-Spickler *et al.*, 2010).

Berdasarkan data pada tahun 2000, kadar kematian pesakit SDRB adalah sekitar 0.1-3% disebabkan oleh jangkitan virus Puumala, sekitar 5-15% disebabkan oleh jangkitan virus Hantaan dan Dobrava, dan sekitar 1% disebabkan oleh jangkitan virus Seoul (Faulde *et al.*, 2000). Manakala, kadar kematian pesakit SPH disebabkan oleh jangkitan virus Sin Nombre dan virus New York dianggarkan sekitar 40-50% (Christie dan Guadagno, 2003). Pada tahun 2014, salah satu penyakit utama yang muncul dan menyebabkan kadar kematian yang tinggi di Brazil ialah Sindrom Kardiopulmonari Hantavirus (turut dikenali sebagai SPH) (Oliveiraa *et al.*, 2014).

Terdapat tiga simptom biasa bagi penyakit SDRB seperti demam, kerosakan buah pinggang dan kiraan platlet yang rendah. Platlet ialah sel-sel darah yang menggalakkan pembekuan darah (Yusof, 2008). SPH pula terbentuk dalam empat fasa. Fasa pertama ialah tempoh pengeraman dan biasanya pesakit tidak menunjukkan sebarang simptom. Fasa kedua ialah fasa amaran yang mana pesakit mulai demam, mengalami sakit otot, sakit belakang dan kekejangan perut. Fasa ketiga merupakan fasa kardiopulmonari. Pesakit boleh mengalami penurunan tekanan darah, kejutan dan kebocoran saluran darah pada paru-paru. Hal ini boleh menyebabkan pengumpulan cecair pada paru-paru dan mengakibatkan pesakit sukar bernafas. Pesakit berada dalam fasa ini selama 1-2 hari dan adakalanya berlarutan sehingga 10 hari. Fasa terakhir ialah fasa pemulihan iaitu sekiranya pesakit terselamat daripada komplikasi pernafasan, pesakit boleh pulih dalam masa 1-2 hari. Walau bagaimanapun, hati dan paru-paru mereka yang dijangkiti virus ini tidak dapat berfungsi secara normal selama hampir enam bulan (*Hantavirus infections*, 2006).

Hantavirus tidak boleh bertahan lama di luar perumah. Kebiasaannya, ia cuma boleh bertahan lebih kurang tujuh hari di kawasan yang terlindung kepada matahari dan hanya beberapa jam di kawasan yang terdedah kepada matahari. Di samping itu, virus ini juga boleh dibunuh dengan pembasmi kuman biasa (Mills *et al.*, 2002).

PEMODELAN MATEMATIK BAGI JANGKITAN HANTAVIRUS

Suatu model matematik bagi jangkitan Hantavirus telah dibangunkan oleh Abramson dan Kenkre (2002) (disebut sebagai model asas AK) bagi meramal penyebaran virus tersebut dalam suatu populasi tikus. Pembinaan model asas AK telah mengambil kira perubahan populasi tikus disebabkan kematian dan kelahiran, penyebaran jangkitan melalui interaksi antara tikus-tikus, kesan alam persekitaran (sumber air, makanan, dan tempat tinggal) untuk kestabilan populasi serta pergerakan populasi tikus daripada suatu tempat ke tempat yang lain. Kemudian, Abramson *et al.* (2003) telah mengaplikasikan model asas AK untuk menganalisis dinamik gelombang menjalar bagi jangkitan Hantavirus yang mungkin tersebar ke kawasan yang sebelum ini tidak dijangkiti akibat pergerakan populasi tikus. Peixoto dan Abramson (2006) meneruskan kajian ini dengan mengambil kira kesan biodiversiti ke atas penyebaran jangkitan Hantavirus. Manakala Kenkre *et al.* (2007) menggabungkan tikus dewasa dan tikus remaja serta kesan pergerakannya ke dalam model asas AK. Harus diambil maklum bahawa ciri-ciri kualitatif model asas AK menepati pemerhatian lapangan.

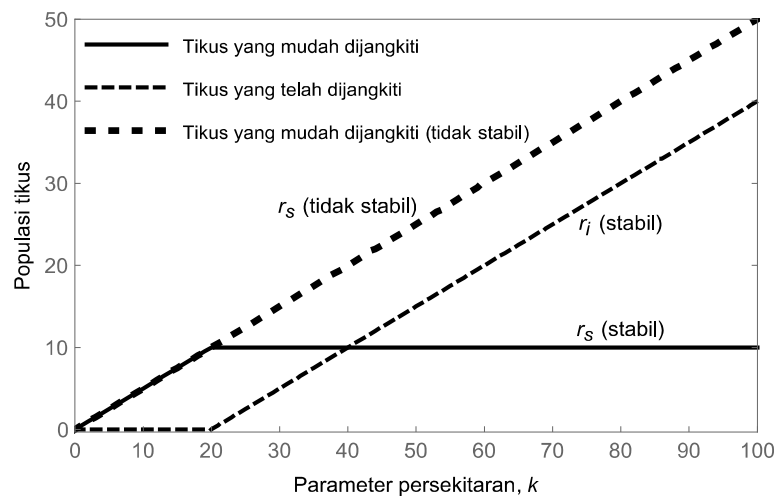
Yusof *et al.* (2010) mengembangkan penggunaan model asas AK dengan melibatkan beberapa strategi penuaian (penuaian tetap, penuaian bermusim dan penuaian berkadar) dan mengkaji kesan-kesannya ke atas penyebaran jangkitan Hantavirus. Selain itu, pemangsa boleh digunakan untuk mengawal dan mengurangkan populasi spesies mangsa. Yusof *et al.* (2014) telah mengubahsuai model biodiversiti Peixoto and Abramson (2006) dengan menggabungkan model Rafikov *et al.* (2008) bagi memasukkan kesan pemangsa. Apabila berlaku persaingan antara populasi tikus dan pemangsa, ia dapat mengurangkan populasi tikus dan seterusnya mengurangkan jangkitan Hantavirus. Model-model yang telah diubahsuai ini telah diselesaikan secara berangka. Selain itu, model asas AK juga turut disimulasikan dengan menggunakan kaedah lelaran variasi (Goh *et al.*, 2009) dan model automata selular (Abdul Karim *et al.*, 2009).

Model asas AK berjaya menjelaskan beberapa pemerhatian di lapangan sebagai peralihan fasa kawalan persekitaran, sekali gus menyediakan sokongan analitis kepada hipotesis biologi (Abramson, 2007). Model asas AK tanpa mengambil kira pergerakan spesies tikus dari satu tempat ke tempat lain diberi oleh (Abramson dan Kenkre, 2002)

$$\left. \begin{aligned} \frac{dr_s}{dt} &= br - cr_s - \frac{r_s r}{k(t)} - ar_s r_i, \\ \frac{dr_i}{dt} &= -cr_i - \frac{r_i r}{k(t)} + ar_s r_i, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

dengan r_s ialah populasi tikus yang mudah dijangkiti, r_i ialah populasi tikus yang telah dijangkiti dan $r(t) = r_s(t) + r_i(t)$ ialah jumlah populasi tikus. Pemboleh ubah br mewakili kelahiran tikus. Semua tikus yang dilahirkan mudah dijangkiti dan berkadar terus dengan jumlah populasi tikus dengan andaian bahawa kesemua tikus (sama ada mudah dijangkiti atau telah dijangkiti) menyumbangkan kesamarataan untuk pembiakan. Pemboleh ubah c mewakili kadar kematian semula jadi dengan jangkitan yang berlaku pada tikus tidak menyebabkan kematian. Pemboleh ubah $-r_s r / k$ atau $-r_i r / k$ pula mewakili proses menghadkan perkembangan populasi tikus yang disebabkan oleh persaingan dalam mendapatkan sumber keperluan. Nilai k dikenali sebagai parameter persekitaran (mewakili kuantiti sumber air, makanan, tempat tinggal dan sumber-sumber lain). Nilai k yang tinggi menunjukkan keadaan persekitaran yang baik bagi membolehkan populasi tikus berkembang. Pembolehubah $ar_s r_i$ pula mewakili bilangan tikus yang mudah dijangkiti mendapat jangkitan disebabkan interaksi dengan tikus yang telah dijangkiti (misalnya, daripada gigitan tikus yang dijangkiti semasa pergaduhan) pada kadar a .

Menurut model asas AK, terdapat nilai kritikal bagi parameter persekitaran iaitu $k_c = b / (a(b - c))$. Sekiranya $k < k_c$, ini bermaksud tiada jangkitan berlaku (r_i cenderung kepada sifar), dan sekiranya $k > k_c$, jangkitan dapat tersebar disebabkan sumber keperluan meningkat.



Rajah 1: Pencabangan dalam model AK dengan $a = 0.1$, $b = 1$, $c = 0.5$ dan $k_c = 20$

Rajah 1 menerangkan tingkah laku dinamik model asas AK untuk melihat perubahan ketara dalam set titik tetap atau titik berkala. Terdapat pembentukan cabang transkritikal di persimpangan antara dua cabang kawasan yang stabil iaitu pada $k_c = 20$. Keseimbangan stabil daripada populasi tikus yang telah dijangkiti, r_i adalah sifar dan jangkitan tidak wujud apabila $k < k_c$. Apabila $k > k_c$, peningkatan sumber keperluan memberi kesan kepada peningkatan populasi tikus yang telah dijangkiti, r_i yang menyebabkan jangkitan Hantavirus merebak dengan

cepat. Manakala, populasi tikus yang mudah dijangkiti, r_s meningkat secara perlahan-lahan dan akhirnya stabil.

Untuk menghalang jangkitan Hantavirus terus merebak, kaedah penuaian populasi dan biodiversiti (mewujudkan pemangsa) diambil kira bagi mengawal dan mengurangkan jangkitan Hantavirus. Menurut Yusof *et al.* (2010), model asas AK boleh dikembangkan dengan menggabungkan proses penuaian populasi. Terdapat tiga model penuaian iaitu model penuaian berterusan, model penuaian bermusim (berkala) dan model penuaian berkadar. Dalam kajian beliau, didapati model penuaian berkadar paling berpotensi dalam mengurangkan saiz populasi tikus dan seterusnya mengurangkan penularan Hantavirus dalam populasi tikus. Sistem persamaan pembezaan bagi model penuaian berkadar adalah seperti berikut (Yusof *et al.*, 2010):

$$\left. \begin{aligned} \frac{dr_s}{dt} &= br - cr_s - \frac{r_s r}{k} - ar_s r_i - Er_s, \\ \frac{dr_i}{dt} &= -cr_i - \frac{r_i r}{k} + ar_s r_i - Er_i, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

dengan E merupakan sebahagian kecil populasi dikeluarkan bagi setiap tempoh masa.

Di samping itu, Yusof *et al.* (2014), menggabungkan model biodiversiti Peixoto and Abramson (2006) dan model Rafikov *et al.* (2008) dengan memasukkan kesan pemangsa. Model tersebut dikenali sebagai model satu tikus, satu pemangsa dan diberi oleh (Yusof *et al.*, 2014)

$$\left. \begin{aligned} \frac{dr_s}{dt} &= br - cr_s - \frac{r_s}{k}(r + qz) - ar_s r_i, \\ \frac{dr_i}{dt} &= -cr_i - \frac{r_i}{k}(r + qz) + ar_s r_i, \\ \frac{dz}{dt} &= -(\beta - \gamma)z + \varepsilon rz, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

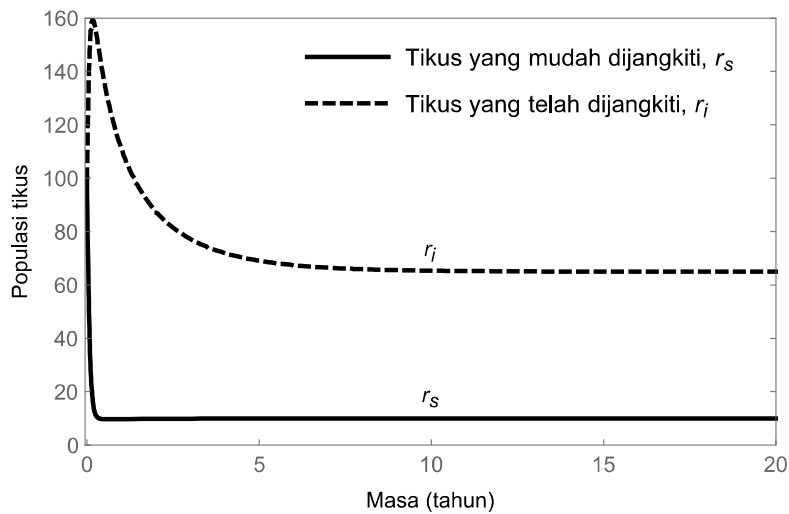
dengan z ialah populasi pemangsa. Bagi populasi tikus, q ialah pengaruh populasi pemangsa ke atas populasi tikus. Bagi populasi pemangsa, $(\beta - \gamma)$ merupakan kadar kematian pemangsa (dengan andaian bahawa kadar ini sentiasa positif jika $\beta > \gamma$) dan ε ialah kadar pertambahan populasi pemangsa disebabkan serangan yang berjaya ke atas populasi tikus.

EKSPERIMEN BERANGKA DAN PERBINCANGAN

Sistem persamaan (1)-(3) diselesaikan secara berangka menggunakan fungsi MATLAB iaitu ode45. Fungsi ode45 pada asalnya dibangunkan menggunakan algoritma Runge-Kutta-Fehlberg (RKF45). Algoritma RKF45 menggunakan kaedah Runge-Kutta tertib keempat dan kelima. Ia mampu menentukan saiz langkah yang sesuai digunakan (Mathews dan Fink, 2004). Pada setiap langkah, dua anggaran yang berbeza bagi penyelesaian yang terhasil dibandingkan. Sekiranya kedua-dua penyelesaian hampir sama maka anggaran tersebut diterima. Saiz langkah akan dikurangkan jika kedua-dua penyelesaian tidak bersetuju dengan ketepatan yang ditentukan, dan saiz langkah akan ditambah jika penyelesaian diterima mempunyai angka bererti yang lebih

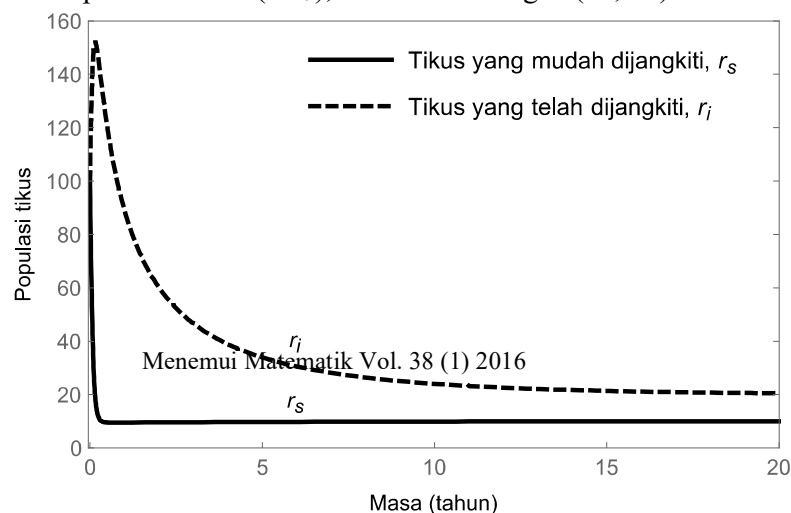
daripada yang diperlukan. Namun, pada akhir 1990-an, fungsi ode45 yang lebih efektif dibangunkan berdasarkan algoritma Dormand-Prince. Ia menggunakan strategi *First Same As Last (FSAL)* iaitu strategi yang melibatkan nilai fungsi akhir bagi setiap langkah terakhir diulang semula sebagai langkah pertama untuk langkah berikutnya (Moler, 2014).

Parameter-parameter yang digunakan oleh Abramson dan Kenkre (2002) dalam eksperimen mereka akan digunakan bagi menyelesaikan sistem persamaan (1)-(3) iaitu $a = 0.1$, $b = 1$, $c = 0.5$ (maka nilai kritikal $k_c = 20$), $k = 150$ dengan $r_s = 100$ dan $r_i = 100$ pada permulaan ($t = 0$) untuk kesemua model. Keputusan simulasi menunjukkan kedua-dua populasi tikus dalam tempoh 20 tahun bagi model (1) dan (2) serta tambahan populasi pemangsa bagi model (3).



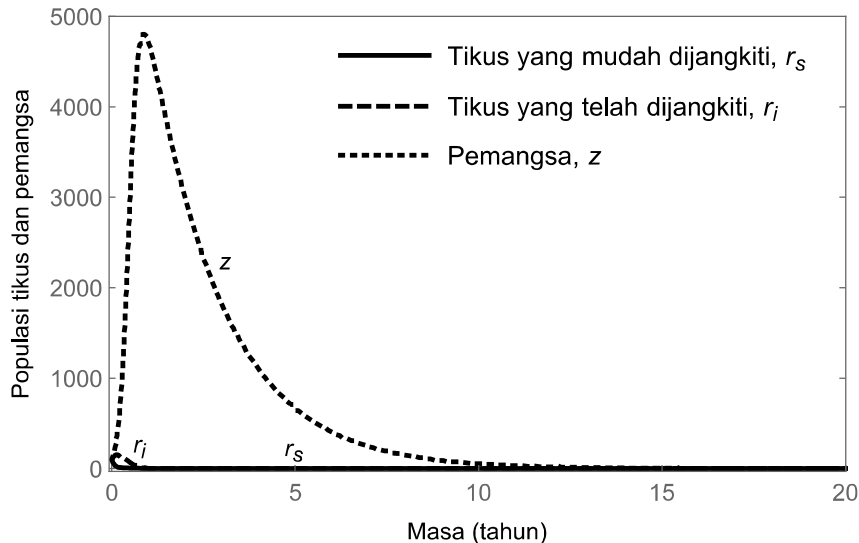
Rajah 2: Bilangan tikus r_s dan r_i bagi model asas AK (1)

Rajah 2 menunjukkan populasi tikus yang mudah dijangkiti (r_s) dan tikus yang telah dijangkiti (r_i) dalam tempoh 20 tahun menurut model asas AK (1). Disebabkan $k > k_c$, maka terdapat banyak sumber makanan yang akan menyebabkan populasi tikus yang telah dijangkiti meningkat secara mendadak pada permulaannya dan seterusnya mencapai nilai maksimum. Jangkitan yang telah tersebar mengurangkan populasi tikus yang mudah dijangkiti dan akhirnya populasi r_s menghampiri nilai stabil (10). Oleh sebab itu, bilangan r_i mula menurun dan akhirnya stabil pada nilai 65. Kedua-dua populasi tikus mencapai kestabilan dengan nilai stabil populasi tikus yang dijangkiti lebih tinggi berbanding populasi tikus yang mudah dijangkiti. Rajah 2 menunjukkan bahawa apabila $k = 150 (> k_c)$, titik keseimbangan (10, 65) adalah stabil.



Rajah 3: Bilangan r_s dan r_i bagi model penuaian berkadar (2) dengan $E = 0.3$

Seterusnya, model penuaian berkadar (2) diselesaikan dengan $E = 0.3$, dan keputusannya ditunjukkan dalam Rajah 3. Sumber yang banyak di peringkat awal menyebabkan bilangan r_i meningkat secara mendadak dan mencapai nilai maksimum tertentu sebelum menurun dan stabil pada nilai 21. Jangkitan tersebar dengan cepat dan ini mengurangkan bilangan r_s secara drastik dan akhirnya populasi menghampiri nilai stabil yang sama seperti model asas AK. Seperti yang diramalkan oleh model (2), didapati bahawa nilai stabil bagi r_i lebih rendah berbanding nilai stabil r_i bagi model asas AK (1). Hal ini menunjukkan jangkitan Hantavirus dapat dikurangkan dengan kaedah penuaian populasi. Rajah 3 menunjukkan bahawa apabila $k > k_c$, titik keseimbangan (10, 21) adalah stabil.



Rajah 4: Bilangan r_s , r_i dan z bagi model satu tikus, satu pemangsa (3) dengan $z = 100$ pada permulaan, $q = 0.2$, $\varepsilon = 0.05$, $\beta = 1$ dan $\gamma = 0.5$

Untuk model satu tikus, satu pemangsa (3), Rajah 4 menunjukkan sumber makanan yang banyak (tikus) pada peringkat awal akan menyebabkan populasi pemangsa z meningkat secara mendadak dan mencapai nilai maksimum sebelum berkurang secara drastik dan akhirnya mengalami kepupusan. Pertambahan populasi pemangsa yang pesat akan mengurangkan kedua-dua populasi tikus. Walau bagaimanapun, pada suatu jangka masa yang panjang, populasi pemangsa juga akan turut berkurangan disebabkan tiada lagi sumber makanan apabila kedua-dua populasi tikus pupus. Menurut Rajah 4, keseimbangan positif (0,0,0) bagi model (3) dilihat sebagai stabil secara asimptot dan sejagat. Dalam jangka masa 20 tahun, kesemua populasi tikus dan populasi pemangsa pupus pada akhirnya dan model menumpu kepada keseimbangan remeh (0,0,0). Simulasi berangka dalam Rajah 4 jelas menunjukkan bahawa penyebaran jangkitan Hantavirus dapat dihapuskan dalam suatu ekosistem dengan kehadiran populasi pemangsa.

KESIMPULAN

Model matematik dibangunkan bagi membolehkan kita memahami dan membuat ramalan suatu fenomena/masalah fizikal. Kerap kali ia terdiri daripada satu atau beberapa persamaan pembezaan. Persamaan pembezaan biasa merupakan suatu konsep yang, secara relatif, agak mudah dan dipelajari pelajar prasiswazah. Walau agak ‘mudah’, ia amat berguna sebagai asas untuk suatu model matematik. Sebelum menerbitkan suatu sistem persamaan pembezaan yang mengawal sesuatu fenomena, kefahaman yang mendalam terhadap fenomena itu amatlah diperlukan. Hal ini supaya perkara-perkara yang mempengaruhi tabiat/perilaku sesuatu fenomena dapat dikenal pasti dan diambil kira, dan sebarang andaian atau pemudahan yang dibuat tidak menjejaskan keupayaan model matematik membuat ramalan. Sistem persamaan pembezaan tersebut kemudiannya perlu diselesaikan secara analitik atau secara berangka supaya kuantiti yang dikira dapat ditafsirkan dan dihubungkan dengan fenomena/masalah fizikal yang dikaji.

Dalam kajian ini, dinamik jangkitan Hantavirus dalam suatu ekosistem dihuraikan berdasarkan penyelesaian berangka yang didapati. Kaedah penuaian populasi dan kaedah biodiversiti (dengan pemangsa) boleh digunakan bagi mengawal dan mengurangkan jangkitan Hantavirus walaupun populasi tikus memperolehi sumber yang mencukupi (air, makanan, tempat tinggal) untuk terus berkembang. Untuk penambahbaikan, model ini juga boleh mengambil kira pergerakan spesies tikus dari suatu tempat ke tempat yang lain.

RUJUKAN

- Abdul Karim, M. F., Ismail, A. I. M. and Ching, H. B. (2009), Cellular Automata Modeling of Hantavirus Infection. *Chaos, Solitons & Fractals*, **41(5)**: 2847–2853.
- Abramson, G. and Kenkre, V. M. (2002), Spatiotemporal Patterns in the Hantavirus Infection, *Physical Review E*, **66**: 011912-1–5.
- Abramson, G. (2007), Mathematical Modelling of Hantavirus: From The Mean Field to the Individual Level. In *Progress in Mathematical Biology Research*, pp. 1–27. New York: Nova Science Publishers, Inc.,
- Abramson, G., Kenkre, V. M., Yates, T. L. and Parmenter, B. R. (2003), Traveling Waves of Infection in the Hantavirus Epidemics. *Bulletin of Mathematical Biology*, **65(3)**: 519–534.
- Christie, C. and Guadagno K. (2003), *Hantavirus infections*, viewed 21 October 2016, <http://www.state.nj.us/agriculture/divisions/ah/diseases/hantavirus.html>
- Faulde, M., Sobe, D., Kimming, P. and Scharninghausen, J. (2000), Renal Failure and Hantavirus Infection in Europe. *Nephrol. Dial. Transplant*, **15(6)**: 751–753.
- Hantavirus infections* (2006), Gale Encyclopedia of Medicine, 3rd ed., viewed 23 January 2016, <http://www.encyclopedia.com/medicine/encyclopedias-almanacs-transcripts-and-maps/hantavirus-infections>
- Goh, S. M., Ismail, A. I. M., Noorani, M. S. M. and Hashim, I. (2009), Dynamics of the Hantavirus Infection through Variational Iteration Method (VIM). *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, **10(4)**: 2171–2176.
- Kenkre, V. M., Giuglioli, L., Abramson, G. and Camelo-Neto, G. (2007), Theory of Hantavirus Infection Spread Incorporating Localized Adult and Itinerant Juvenile Rodents. *European Physical Journal B*, **55**: 461–470.
- Mathews, J. L. and Fink, K. D. (2004), *Numerical Methods using MATLAB*, 4th ed. New Jersey: Prentice Hall, Inc.

- Mills, J. N., Corneli, A., Young, J. C., Garrison, L. E., Khan, A. S. and Ksiazek, T. G. (2002), Hantavirus Pulmonary Syndrome-United States: Updated Recommendations for Risk Reduction. *Morbidity and Mortality Weekly Report Recommendations and Reports RR*, **51(9)**: 1–12.
- Moler, C. (2014), *Ordinary differential equation solvers ode23 and ode45*, viewed 1 April 2016, <http://blogs.mathworks.com/cleve/2014/05/26/ordinary-differential-equation-solvers-ode23-and-ode45/>
- Oliveiraa, R. C., Gentile, R., Guterres, A., Fernandes, J., Teixeira, B. R., Vaz, V., Valdez, F. P., Vicentea, L. H. B., Costa-Neto, S. F. D., Bonvicino, C., D’Andrea, P. S. and Lemos, E. R. S. (2014), Ecological Study of Hantavirus Infection in Wild Rodents in an Endemicarea in Brazil. *Acta Tropica*, **131**: 1–10.
- Peixotu, I. D. and Abramson, G. (2006), The Effect of Biodiversity on the Hantavirus Epizootic, *Ecology*, **87(4)**: 873–879.
- Rafikov, M., Balthazar, J. M. and Von Bremen, H. F. (2008), Mathematical Modeling and Control of Population Systems: Applications in Biological Pest Control. *Applied Mathematics and Computation*, **200(2)**: 557–573.
- Rovid-Spickler, A., Roth, J. A., Galyon, J. and Lofstedt, J. (2010), *Emerging and Exotic Diseases of Animals*, 4th ed. Ames Iowa: Center for Food Security and Public Health, Institute for International Cooperation in Animal Biologics.
- Yusof, F. M. (2008), *A Study of Some Aspects of Hantavirus Modeling*. Master thesis, University Sains Malaysia.
- Yusof, F. M., Ismail, A. I. M. and Ali, N. M. (2010), Modeling Population Harvesting of Rodents for the Control of Hantavirus Infection, *Sains Malaysiana*, **39(6)**: 935–940.
- Yusof, F. M., Ismail, A. I. M. and Ali, N. M. (2014), Effect of Predators on the Spread of Hantavirus Infection, *Sains Malaysiana*, **43(7)**: 1045–1051.